ПРИМЕНЕНИЕ САМООРТОГОНАЛЬНЫХ КОДОВ В КАСКАДНЫХ СХЕМАХ КОДИРОВАНИЯ ДЛЯ КАНАЛОВ СВЯЗИ СО СТИРАНИЯМИ

проф. Золотарёв В.В.[1], проф. Овечкин Г.В.[2], Баринов И.В.[2]

[1]Институт космических исследований РАН

[2]Рязанский государственный радиотехнический университет

В работе рассматриваются самоортогональные помехоустойчивые коды (СОК), для декодирования которых обычно применяются многопороговые декодеры (МПД). Выполнено исследование эффективности МПД в двоичных каналах связи со стираниями, в которых он обеспечивает близкое к оптимальному декодирование правильно выбранных кодов. Также получены новые более длинные и более эффективные сверточные СОК и выполнен сравнительный анализ эффективности МПД для этих кодов с эффективностью известных двоичных кодов для восстановления стираний. Показано, что МПД является одним из лучших по эффективности восстановления стираний и характеризуется при этом в десятки раз меньшей вычислительной сложностью по сравнению со сложностью декодеров конкурирующих кодов. Предложена новая каскадная схема кодирования для двоичных каналов связи со стираниями, в которой СОК используется совместно с кодом контроля по четности. Получены нижние оценки вероятности невосстановления стирания декодером предложенной каскадной схемы кодирования и обсуждаются результаты ее компьютерного моделирования. Показано, что использование кода с контролем четности совместно с СОК позволяет уменьшить вероятность невосстановления стирания в области эффективной работы МПД на 2..3 десятичных порядка при увеличении сложности декодера всего на 1%.

Одной из важнейших проблем при создании высокоскоростных цифровых систем связи является правильный выбор методов кодирования и декодирования помехоустойчивых кодов, необходимых для организации достоверной передачи цифровой информации. На сегодняшний день в теории кодирования известно много классов помехоустойчивых кодов, отличающихся друг от друга структурой, функциональным назначением, энергетической эффективностью, алгоритмами декодирования и многими другими параметрами. Обзор наиболее перспективных методов кодирования по критерию «эффективность-производительность» показал, что одними из лучших для высокоскоростных каналов спутниковой связи являются многопороговые декодеры (МПД) самоортогональных кодов (СОК) [1, 2, 3]. Данные декодеры, являясь модификацией простейшего порогового декодера Месси, позволяют декодировать даже очень длинные коды с линейной от длины кода сложностью реализации.

В десятках публикаций по МПД рассматривается эффективность его применения в двоичном симметричном или гауссовском каналах. Интерес для техники связи также представляют каналы со стираниями, использование которых позволяет существенно упростить процесс декодирования по сравнению со случаем исправления ошибок. В классической модели двоичного канала со стираниями каждый бит может быть передан правильно с вероятностью $1–P_s$ или стерт с вероятностью P_s. Пропускная способность такого канала равна $C=1–P_s$. Для канала со стираниями существуют версии МПД алгоритмов [3], которые обеспечивают восстановление стираний с эффективностью, близкой к эффективности оптимального декодера, и сохраняющих при этом минимально возможную линейную сложность реализации. Оптимальный декодер в этом канале должен найти такое кодовое слово, которое содержало бы минимальное число стираний (или в лучшем случае совсем их не имело на позициях информационных битов) и совпадало бы абсолютно со всеми правильными, т.е. известными битами поступившего сообщения. Работа МПД в канале со стираниями отличается от работы в двоичном симметричном канале тем, что при вычислении символов синдрома стертые информационные и проверочные биты на значение проверок не влияют, но при этом для каждой проверки запоминается число участвующих в его формировании стираний. Затем в процессе декодирования стертого информационного бита среди относящихся к нему проверок ищется проверка, содержащая только одно стирание. Очевидно, что это стирание будет вызвано декодируемым информационным битом, который по значению данной проверки может быть легко восстановлен. При этом также необходимо провести коррекцию всех проверок для восстановленного информационного бита и уменьшить на единицу число стираний для этих же проверок. После этого переходят к декодированию следующего бита. Если же для стертого бита нет ни одной проверки, содержащей только одно стирание, то этот бит пропускается и сразу осуществляется переход к декодированию следующего информационного бита.

Помимо МПД на сегодняшний день существует ряд других кодов, для которых предложены эффективные алгоритмы восстановления стираний. К ним можно отнести как классические сверточные коды, декодируемые с помощью алгоритма Витерби, так и предложенные в последние десятилетия турбо коды [4], коды с низкой плотностью проверок на четность (LDPC коды) [5], коды накопления повторения (RA коды) [5], коды накопления-повторения-накопления (ARA коды) [6], полярные коды [7] и семейство фонтанных кодов [8], являющихся потоковыми кодами: торнадо коды, на основе которых были созданы фонтанные коды [9], online коды [10], раптор коды [11], Luby transform (LT) коды [9]. Для многих из них известны итеративные алгоритмы декодирования, для которых показано, что в пределе они способны достичь пропускной способности канала. Однако для некоторых из этих кодов даже спустя несколько лет с момента их открытия в доступной литературе отсутствуют понятные инженерам и ученым графики зависимости вероятности невосстановления стирания от вероятности стирания в канале, а даны лишь предельные теоретические характеристики, что усложняет оценку перспектив их применения в реальной аппаратуре передачи и хранения данных. Следует также учитывать, что данные коды часто малоэффективны в каналах, где помимо стираний встречаются ошибочные приемы символов. Также следует отметить, что при использовании кодов конечной длины и практически реализуемых алгоритмов декодирования достигаемые характеристики оказываются существенно хуже предельных.

Далее рассмотрим характеристики, обеспечиваемые перечисленными методами в двоичном канале с независимыми стираниями. Эти характеристики представлены на рисунке 1, на котором показаны зависимости частоты невосстановления стирания после декодирования от вероятности стирания в канале P_s. Отметим, что кодовая скорость всех используемых кодов была равна 1/2.

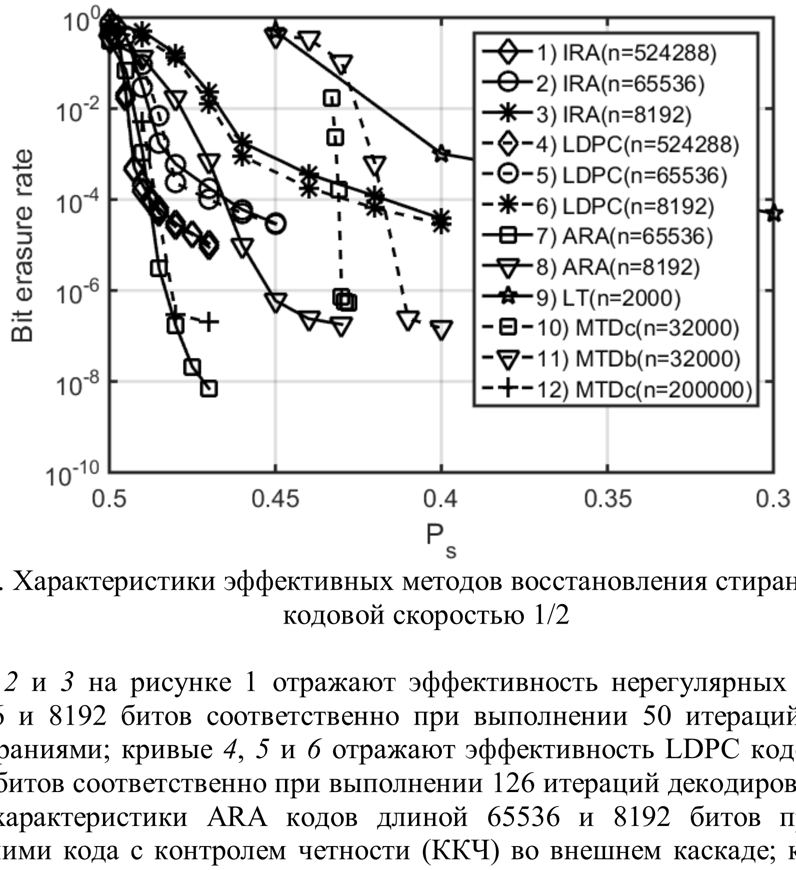

Рисунок 1. Характеристики эффективных методов восстановления стираний для кодов с кодовой скоростью 1/2

Кривые *1*, *2* и *3* на рисунке 1 отражают эффективность нерегулярных RA кодов длиной 524288, 65536 и 8192 битов соответственно при выполнении 50 итераций декодирования в канале со стираниями; кривые *4*, *5* и *6* отражают эффективность LDPC кодов длиной 524288, 65536 и 8192 битов соответственно при выполнении 126 итераций декодирования; кривыми *7* и *8* показаны характеристики ARA кодов длиной 65536 и 8192 битов при использовании совместно с ними кода с контролем четности (ККЧ) во внешнем каскаде; кривой *9* показаны характеристики декодера LT кода длиной 2000 битов. Отметим, что применение очень длинных IRA и LDPC кодов (длина 524288 битов) позволило получить вероятность невосстановления бита порядка 10^{-4} при вероятности стирания 0,485, что является очень серьезным результатом. Однако практическое применение таких длинных кодов достаточно проблематично. Более короткие коды длиной 8192 бита обеспечивают такую же вероятность невосстановления бита при вероятности стирания в канале около 0,42..0,43. Хорошую эффективность восстановления стирания обеспечивает каскадная схема кодирования на основе ARA кодов длиной 65535 битов и ККЧ. На этом же рисунке кривыми *10* и *11* показаны характеристики МПД для обычных сверточных и блоковых кодов длиной около 32000 битов с кодовой скоростью 4/8 с параллельным каскадированием при выполнении 20 итераций декодирования. Отметим, что эти МПД лишь немного уступают по восстанавливающей способности лучшим известным кодам. Но при этом вычислительная сложность МПД оказывается в сотни и даже более раз меньше сложности алгоритмов декодирования рассмотренных кодов. Дополнительно отметим, что при увеличении длины кодового ограничения используемого сверточного кода до 200000 бит, оптимизации его структуры и увеличении числа итераций декодирования до 90 удается существенно улучшить характеристики МПД, что иллюстрируется кривой *12* на рисунке 1. Данный МПД обеспечивает сопоставимую с лучшими известными кодами эффективность при многократно меньшей вычислительной сложности.

Результаты исследования эффективности МПД в каналах со стираниями [3] показали, что они позволяют обеспечить декодирование с близкой к оптимальному эффективностью. Вместе с тем область вероятностей стирания, в которой МПД работает почти как оптимальный декодер, зависит от кодового расстояния используемого кода: чем меньше кодовое расстояние, тем при большей вероятности стирания может работать МПД. Но коды с малым кодовым расстоянием не способны обеспечить очень малую вероятность невосстановления стираний. В связи с этим возникает проблема получения малых вероятностей невосстановления стираний при большой вероятности стирания в канале.

Несомненно, что одним из наиболее мощных подходов к повышению достоверности передачи данных является применение каскадных кодовых конструкций. В работе для решения описанной проблемы предлагается использовать каскадную схему, в которой совместно с внутренним СОК с кодовой скоростью R_2 используется внешний код с контролем четности (ККЧ) с кодовой скоростью R_1. При этом R_1 должна быть как можно ближе к 1 для того, чтобы доля полезной информации (без проверочных символов) оставалась на прежнем уровне. Схематично структурная схема системы передачи данных с предложенной каскадной кодовой конструкцией представлена на рисунке 2. Заметим, что в общем случае можно организовать итеративное декодирование СОК и ККЧ, при котором они обмениваются своими решениями.

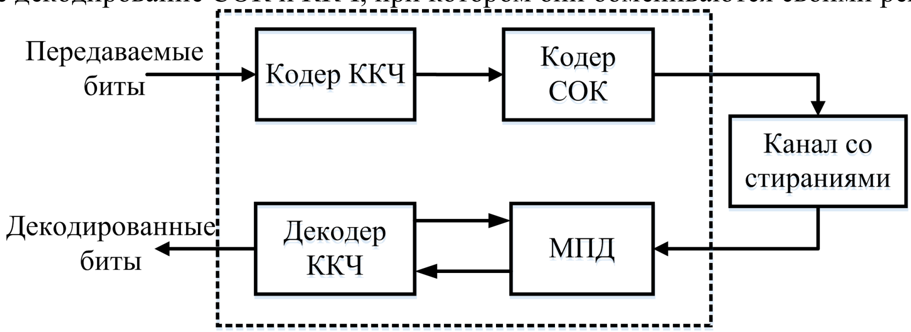

Рисунок 2. Упрощенная структурная схема системы передачи данных с предлагаемым каскадным кодом

Для предварительной оценки эффективности предложенной каскадной схемы полезно получить нижнюю оценку невосстановления стирания после декодера ККЧ. Обычно ККЧ используется только для обнаружения одиночных ошибок, но в данном канале он способен исправлять одно стирание. Это возможно, когда на вход декодера ККЧ поступает последовательность, где только один символ стерт, а все остальные не стерты. При этом вероятность невосстановления стирания после декодера оценивается как

$$P_{cKKЧ} = \sum_{i=2}^{n} \frac{i}{n} C_n^i p^i q^{n-i}, \tag{1}$$

где $C_n^i = \dfrac{n!}{i!(n-i)!}$; p – вероятность стирания на входе декодера ККЧ; q=1–p – вероятность получения нестертого бита декодером ККЧ; n – длина кода ККЧ. Отметим, что на вход декодера ККЧ биты поступают после МПД. Как уже было показано, МПД способен обеспечить близкое к оптимальному декодирование. Поэтому вероятность невосстановления бита на входе декодера ККЧ можно оценить снизу с помощью выражения

$$P_{sOD} = P_s^d, \tag{2}$$

где d – кодовое расстояние используемого СОК. При получении этой оценки использовался тот факт, что информационный бит точно не будет восстановлен, если он и все относящиеся к нему проверки стерты.

В итоге нижняя оценка вероятности невосстановления двух и более стираний для декодера предложенной каскадной схемы будет определяться выражением

$$P_{cK} = \sum_{i=2}^{n} \frac{i}{n} C_n^i (P_c^d)^i (1 - (P_c^d))^{n-i}. \tag{3}$$

С использованием выражения (3) были получены представленные на рисунке 3 нижние оценки вероятности невосстановления стирания после декодера каскадного кода, состоящего из СОК с минимальным кодовым расстоянием d=11 и ККЧ. На данном рисунке кривые *2*, *3*, *4* получены для случая использования ККЧ длиной 25, 50 и 100 бит соответственно, а кривая *1* соответствует нижней оценке вероятности ошибки оптимального декодирования составляющего СОК. Из рисунка видно, что при использовании каскадной схемы вероятность невосстановления стирания может уменьшиться на три и более порядков по сравнению с МПД. При этом чем меньше длина ККЧ (больше избыточность), тем лучше характеристики декодера.

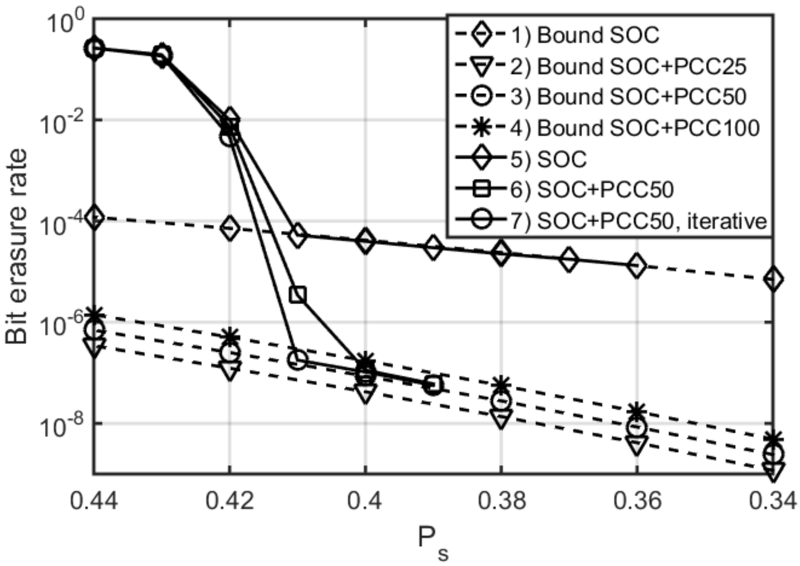

Рисунок 3. Оценка характеристик декодера предложенного каскадного кода в канале со стираниями

Результаты моделирования для МПД и предложенной каскадной схемы при использовании построенного СОК с d=11, R=4/8 с параллельным каскадированием, n=36000 бит и длине ККЧ, равной 50 битам, представлены на рисунке 3 кривыми *5* и *6* соответственно. При этом декодер кода с контролем четности использовался после последней итерации декодирования. Сравнение нижних оценок и результатов моделирования показывает, что данные оценки вполне подходят для предварительного оценивания эффективности каскадной схемы. Из сравнения кривых *5* и *6* также видно, что в данном случае каскадная схема, начиная с вероятности стирания 0,41, обеспечивает на 3 порядка меньшую частоту невосстановления стираний по сравнению с МПД. Следует отметить, что если использовать декодер ККЧ после каждой из итераций декодирования, то можно еще незначительно приблизить область эффективной работы МПД к пропускной способности канала, что иллюстрируется кривой *7* на рисунке 3. При использовании ККЧ с более эффективным СОК, например, характеристики которого были показаны на рисунке 1 кривой *12*, можно обеспечить вероятность невосстановления стирания порядка 10^{-12} при вероятности стирания в канале 0,48. При этом эффективность предложенной каскадной схемы будет даже несколько превосходить эффективность лучших из рассмотренных методов восстановления стираний.

Отметим, что если длина ККЧ составляет 50 бит, то количество проверочных бит ККЧ в кодовом блоке длиной n=32000 бит составляет 640, что соответствует снижению доли кодовой скорости на 2%. При этом увеличение количества элементарных операций на бит при декодировании предложенной каскадной схемы по сравнению с обычным МПД, работающим со стираниями, составляет менее чем 1%.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, ИКИ РАН и РГРТУ. Большой объем дополнительной информации о МПД можно найти на веб-сайтах [12].

Литература

1. Zolotarev V, Ovechkin G., Satybaldina D., Tashatov N., Adamova A., Mishin V., Efficiency multithreshold decoders for self-orthogonal block codes for optical channels, International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, 2014, vol. 8, pp. 487–495.
2. Ovechkin G.V., Zolotarev V.V., Averin S.V., Algorithm of multithreshold decoding for self-orthogonal codes over Gaussian channels, 11-th ISCTA'09, UK, Ambleside, 2009.
3. Zolotarev V.V., Zubarev Y.B., Ovechkin G.V., Optimization Coding Theory and Multithreshold Algorithms, Geneva, ITU, 2015, 159 p.
4. Lee J.W., Urbanke R., Blahut R.E., On the Performance of Turbo Codes over the Binary Erasure Channel, IEEE communications letters, 2007, vol. 11, no. 1, pp. 67–69.
5. Pfister H.D., Sason I., Urbanke R., Capacity-achieving ensembles for the binary erasure channel with bounded complexity, IEEE Trans. Inform. Theory, 2005, vol. 51, no. 7, pp. 2352–2379.
6. Pfister H.D., Sason I., Accumulate-Repeat-Accumulate Codes: Systematic Codes Achieving the Binary Erasure Channel Capacity with Bounded Complexity, IEEE Transactions on Information Theory, 2005.
7. Balatsoukas-Stimming A., Burg A., Faulty Successive Cancellation Decoding of Polar Codes for the Binary Erasure Channel, 2014 International Symposium on Information Theory and its Applications (ISITA), 2014, pp. 448–452.
8. MacKay D.J.C., Fountain Codes, Communications, IEEE proceedings, 2005, vol. 152, no. 6, pp. 1062–1068.
9. Khisti A., Tornado Codes and Luby Transform Codes, 2003.
10. Maymounkov M., Online codes, 2002.
11. Shokrollahi A., Raptor Codes, in Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory, Chicago, IL, 2004, p. 36.
12. Ресурсы www.mtdbest.iki.rssi.ru, www.mtdbest.ru.